Trasformazioni di Sistemi di Riferimento

Claudio Rocchini

Istituto Geografico Militare

Riproiezione ed Errori Geometrici

Claudio Rocchini

Istituto Geografico Militare

Introduzione

Il cambiamento di sistema di riferimento comporta sempre una trasformazione di coordinate.

Passare da Roma40 a WGS84 in particolare può introdurre notevoli problemi, dato che la trasformazione varia su tutto il territorio nazionale (ogni punto ha parametri diversi).

Applicare una trasformazione “punto-punto” ad un dato cartografico (come di solito viene fatto) può introdurre alcuni problemi.

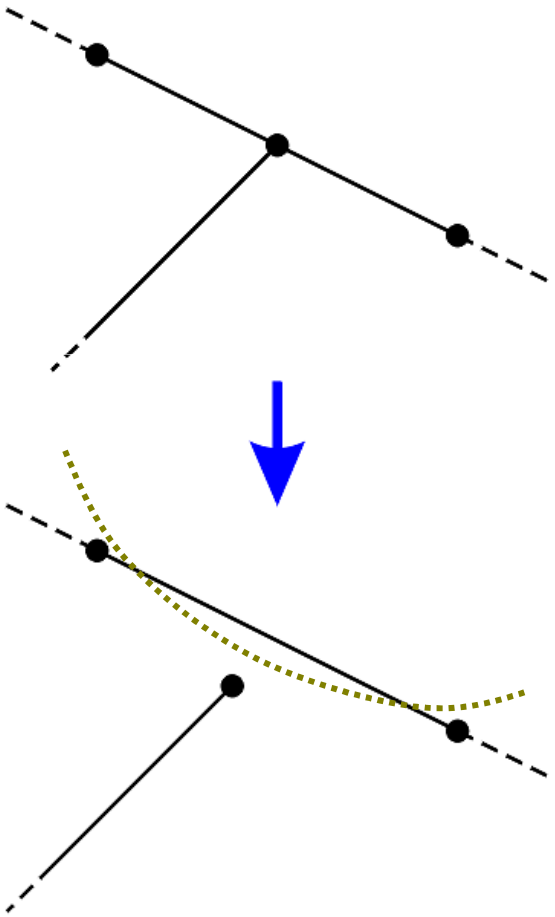
In alcuni casi sarebbe opportuno applicare accorgimenti che mantengano la coerenza geometrica e topologica dei dati.

Trasformare le Coordinate

- Trasformare le coordinate comporta sempre l'introduzione di una problematica.
- Anche il semplice passaggio da coordinate piane (proiettate) a geografiche (o viceversa) può introdurre delle inconsistenze geometriche nei dati, dovuti principalmente a tre fattori:
  - Complessità della funzione di trasformazione
  - Errori dovuti alla precisione del computer
  - Cambio di sistema di memorizzazione delle coordinate.

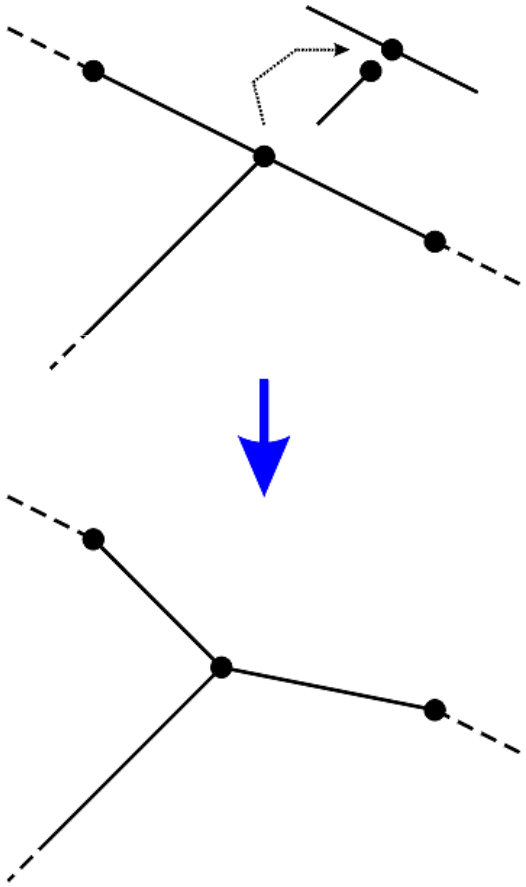
Incrocio di strade a T

- Le “connessioni topologiche implicite” sono quelle relazioni che si possono ricavare dalla geometria: ad esempio un sistema di navigazione può considerare due strade connesse se si “toccano”.
- In generale tre punti allineati non rimangono tali dopo un cambio di proiezione.
- Un incrocio a “T”, con la strada principale senza vertice condiviso, si disconnette.



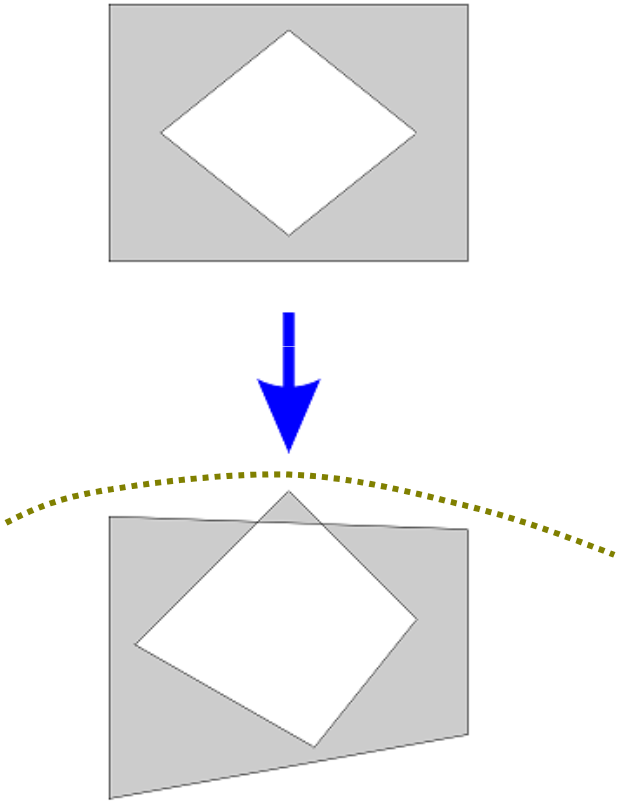
Incrocio a T corretto

- Soluzione: inserire un vertice coincidente con l'incrocio anche sulla strada principale.
- Ovviamente ogni punto viene proiettato in modo coerente, vale a dire che la trasformazione è una funzione in senso matematico.



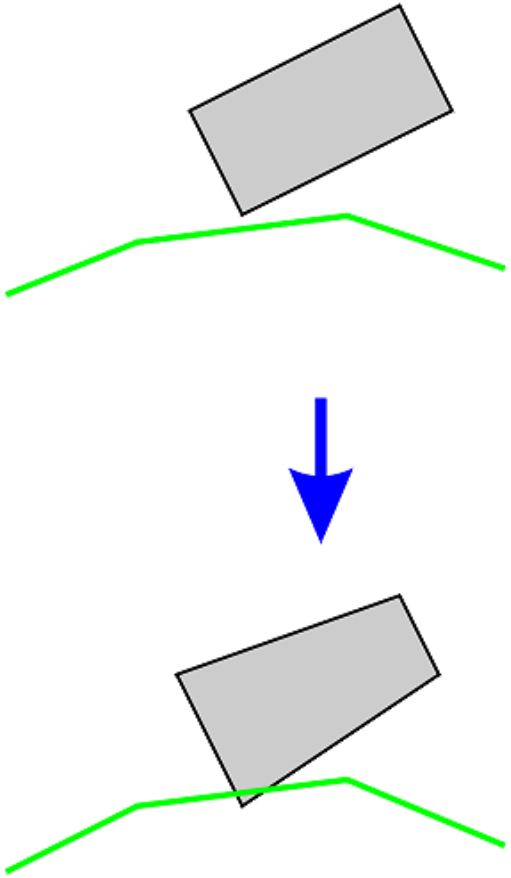
Incoerenza Geometrica

- I vertici dei buchi contenuti nelle aree (es. cortili di edifici, radure di boschi) possono “uscire” dal bordo dell’area.
- La geometria risulta inconsistente.



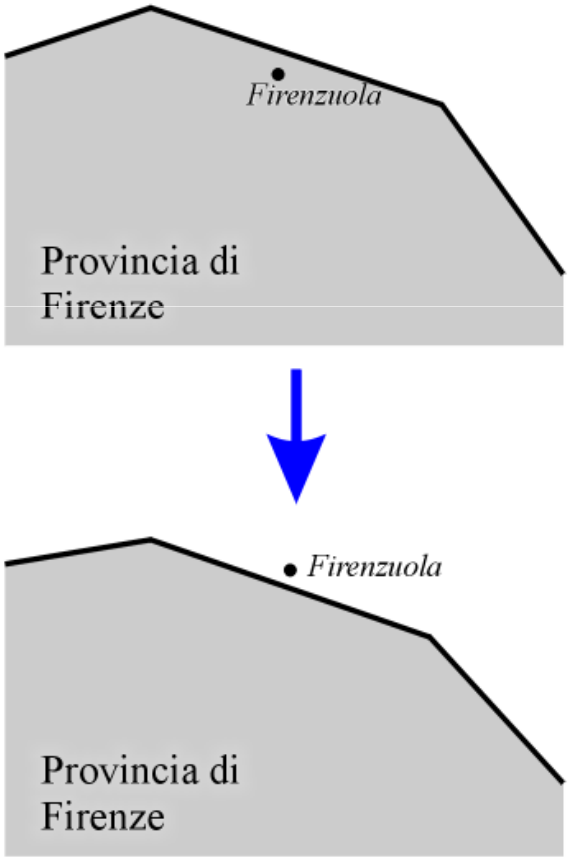
Incoerenza Topologica

- Anche se il dato di partenza rispetta i vincoli topologici (non sovrapposizione fra edifici ed assi stradali), non è detto che il dato di arrivo lo faccia.



Errore di posizionamento

- Anche se il dato rimane geometricamente corretto e topologicamente coerente (rispetta i vincoli topologici), il dato posizionale è del tutto errato (Firenzuola cambia provincia).



Centinatura Insufficiente

- Le curve geometriche di un dato cartografico sono quasi sempre rappresentate da polilinee (sequenze di punti isolati collegati da segmenti di linea retta).
- La densità dei punti dipende da molti fattori (scala della carta, fonti di acquisizione). Dipende anche dalla forma che ci si aspetta da un oggetto geometrico: es. il bordo carta di un ritaglio geografico, in coordinate geografiche sarà un rettangolo; in questo caso saranno necessari solo 4 vertici. Se però questo bordo viene riproiettato, verrà in generale curvato: se non sono presenti vertici intermedi il risultato sarà completamente errato.
- Un software di proiezione ben fatto potrebbe individuare automaticamente i casi errati e sovra-campionare (cioè aggiungere vertici) le curve che lo necessitano.

Sistema di Memorizzazione

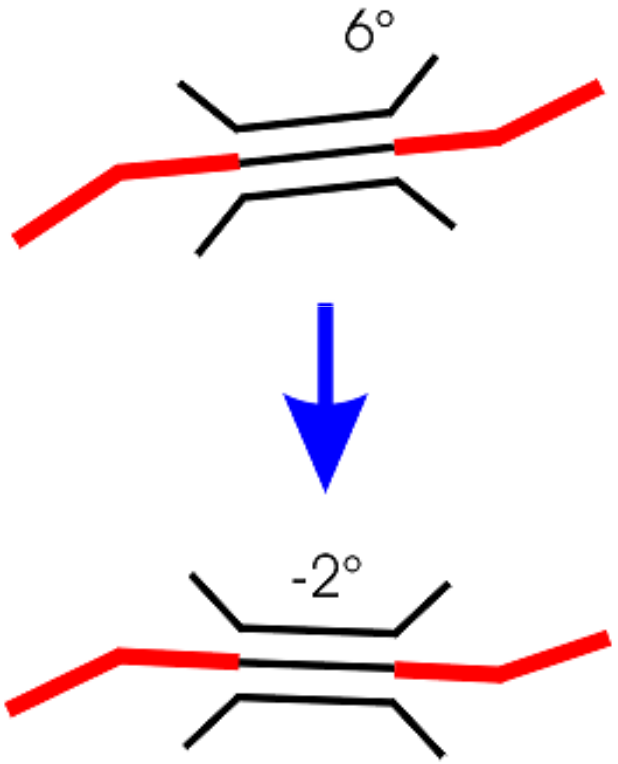
- I Sistemi GIS prevedono due diversi metodi di memorizzazione dei valori delle coordinate:
  - Virgola mobile (tipo i numeri della calcolatrice): è il caso dei file shape, di Geomedia.
  - Coordinate intere all'interno di un reticolo (griglia prefissata): è il caso del Personal GeoDB di ArcGis, di Microstation
  - Oracle non dichiara il sistema di memorizzazione, ma i metadati prevedono la specifica di un range di coordinate e della risoluzione; cosa che orienta verso un sistema a coordinate intere.

Dati angolari: Introduzione

- Alcuni sistemi permettono di memorizzare nella geometria dati angolari (es. CAD).
- Spesso sono usati in fase di stampa per orientare in modo corretto la simbologia (simboli di ponte, stazione, etc).
- Nei sistemi in cui manca la memorizzazione geometrica dell'angolo, si utilizzano attributi di database standard (campo ao1 del DB25 IGM).

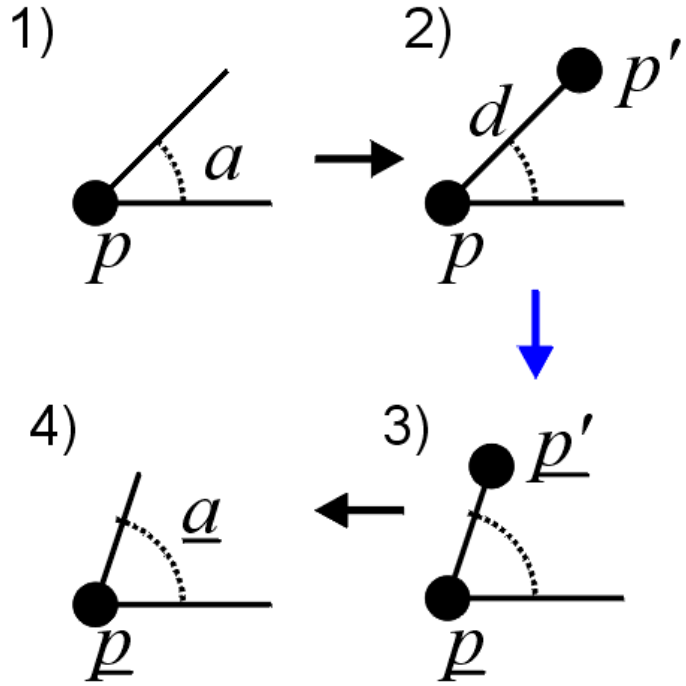
Dati angolari: Problematiche

- Di solito la conversione di coordinate si occupa solo della posizione piana della geometria (raramente dell'altimetria).
- Mai invece ci si occupa dei dati angolari, che invece possono subire notevoli variazioni.



Dati angolari: Procedimento di determinazione dell'angolo

1. Data la posizione iniziale *p* e l'angolo *a.*
2. Determiniamo un nuovo punto *p'* lungo la direzione *a*, ad una distanza suff. Piccola *d*.
3. Effettuiamo il cambio di sistema di riferimento, ottenendo *p* e *p'*.
4. Deriviamo il nuovo angolo *a* a partire dalla posizione relativa di *p'* rispetto a *p*.



Conversioni e Angoli, un caso concreto: Conversione Roma40 di un tfw

Claudio Rocchini

Istituto Geografico Militare

Il file tfw

- File di testo formato da 6 valori numerici:
  - Una matrice di trasformazione 2x2
  - Un vettore di traslazione
- Esempio:

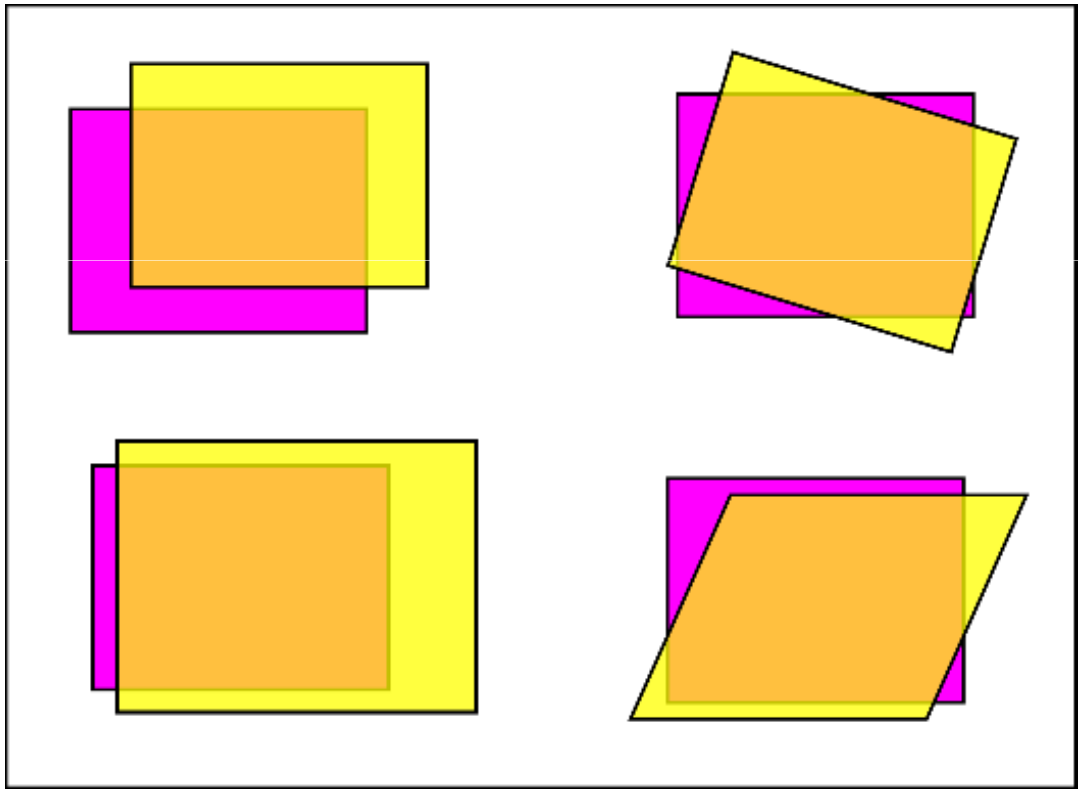
```
20
0
0
20
654000
7680000
```

Conversione della Traslazione

- Nel caso si debba trasformare un tfw da o verso Roma40, ci si limita spesso a convertire i soli parametri di traslazione (ultimi due valori).
- Questo comporta una grossa approssimazione, dato che in generale la trasformazione include una rotazione, una scalatura o una trasformazione “trapezioidale”.

Trasformazioni “Affini”

- Il tfw può memorizzare trasformazioni affini

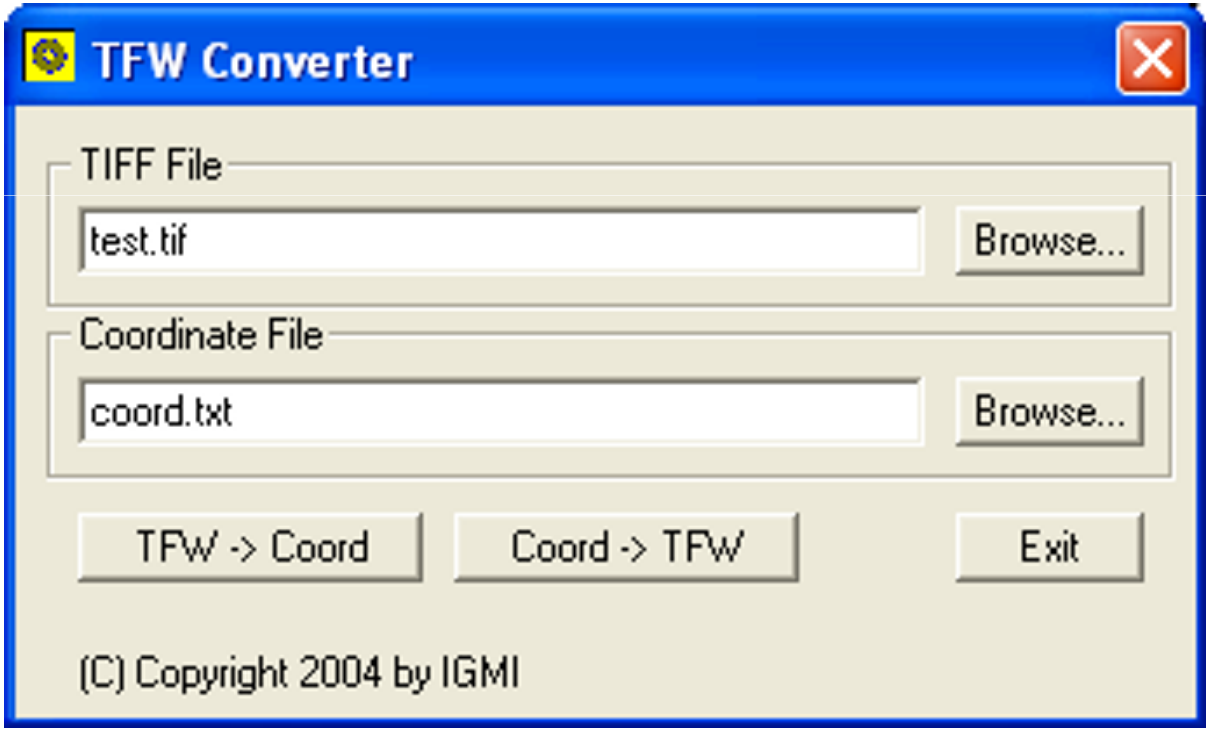


Soluzione: il TFW Converter

- Per poter utilizzare Verto sui tfw, possiamo utilizzare il tool TFW Converter:
- Questo strumento legge i dati di un tif+tfw e genera una centinatura di coordinate che coprono l'immagine.
- E' possibile quindi applicare Verto all'elenco di coordinate ottenute.
- Infine, sempre con TFW Converter, è possibile convertire una centinatura di coordinate nel miglior tfw possibile.

Soluzione: il TFW Converter

- Interfaccia di Utilizzo (il software è free).



Esempio di Centinatura Ottenuta

447915.122999999960000	5055275.115000000200000
450099.494999999940000	5055275.115000000200000
452283.866999999970000	5055275.115000000200000
447915.122999999960000	5053405.878000000500000
450099.494999999940000	5053405.878000000500000
452283.866999999970000	5053405.878000000500000
447915.122999999960000	5051536.640999999800000
450099.494999999940000	5051536.640999999800000
452283.866999999970000	5051536.640999999800000

Funzionamento di TFW (andata)

- Da TFW a centinatura:
  - Lettura dati tfw
  - Lettura dati tif (dimensione immagine in pixel)
  - Calcolo centinatura
    - C = T + M*X
    - C= centinatura
    - T = traslazione (ultimi due valori TFW)
    - M = matrice (primi quattro valori TFW)
    - X = coordinate pixel (da 0 a dimensione immagine)
  - Salvataggio centinatura

Funzionamento di TFW (ritorno)

- Da centinatura a TFW:
  - Lettura dati centinatura
  - Minimi quadrati per trovare la trasformazione affine che meglio approssima la centinatura (gradiente coniugato con fattorizzazione parziale)
  - Salvataggio del TFW (il tif non viene cambiato!)
- Nota: la trasformazione affine è un'approssimazione della reale trasformazione, una trasformazione qualsiasi non può essere rappresentata da tfw.

Trasformazione di Dati con i Grigliati IGM

Claudio Rocchini

Istituto Geografico Militare

Cambio Sistema di Riferimento: Introduzione

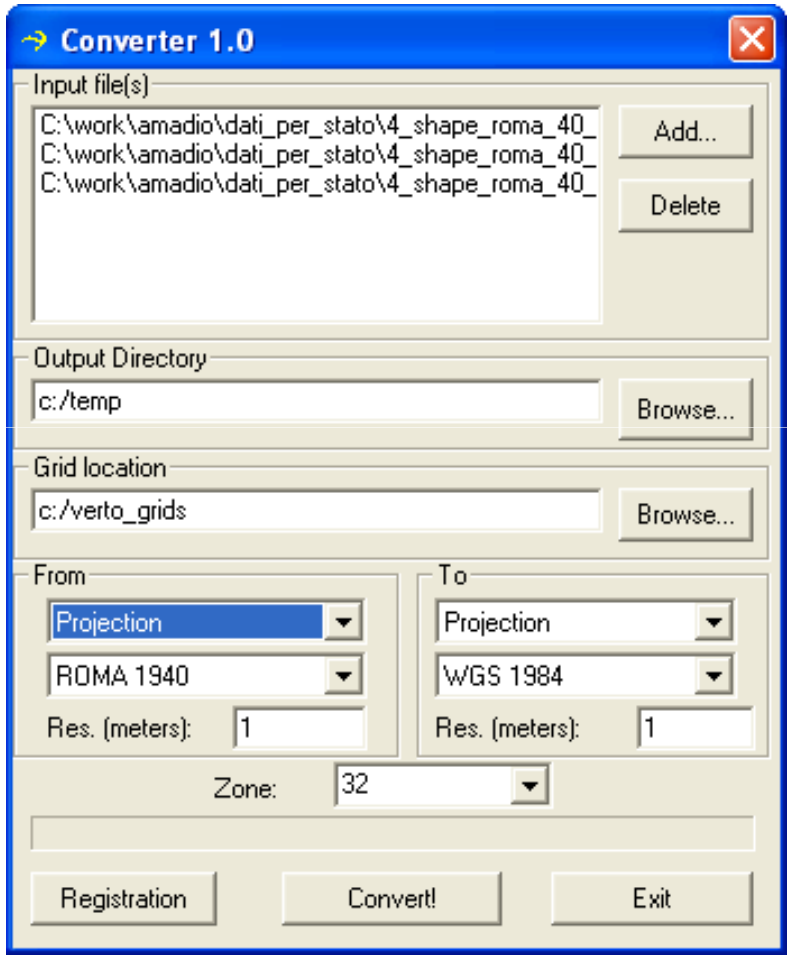
- Molti dati regionali sono prodotti in Roma40.
- Questo sistema è affetta da gravi errori, per cui non esiste una trasformazione con parametri costanti che permetta di trasportalo.
- Sono stati sviluppati molti software di conversione.
- La conversione ufficiale è realizzata tramite i grigliati di conversione di Verto, prodotti da IGM.
- 2005: Per il momento non esiste (quasi) uno strumento da utilizzare con software commerciale standard, che permetta di applicare la conversione di Verto.
- 2006: Confermiamo.
- Un'introduzione alle problematiche di conversione e ai grigliati di Verto esula dagli scopi di questo corso.

Un inciso: tipologie di informazione geografica

- I dati geografici (raster e vettoriali) si possono presentare in tre diversi livelli di informazione geografica:
  - Nessuna informazione (es. dati raster di scansione non georiferiti, foto aeree).
  - Informazione Puramente Numerica (tif+tfw, file shape, molti dei file CAD): si hanno coordinate numeriche, senza informazioni sulla proiezione o sul sistema di riferimento.
  - Informazione Completa (Personal DB, Geomedia DB, Oracle Spatial, PostGis), le coordinate sono accompagnate dalle informazioni di proiezione, ellissoide, datum, etc.

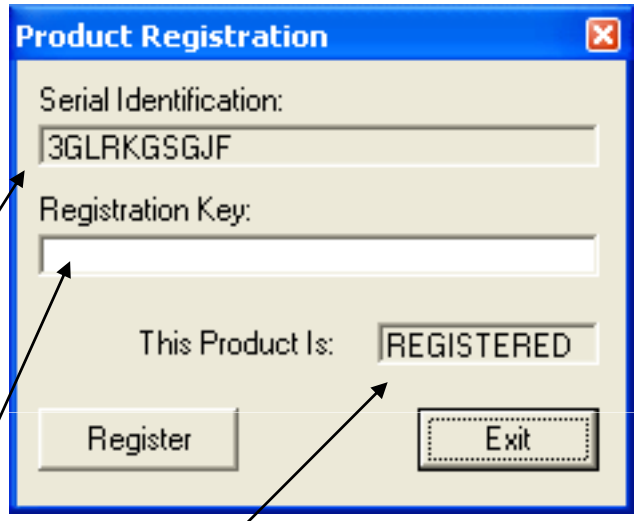
Verto Converter 1.0

- Per l'occasione abbiamo sviluppato un strumento aggiuntivo per ArcGis, che permette di convertire una serie di file in formato Shape, applicando esattamente la conversione di Verto, a partire dai grigliati in vendita presso IGM.



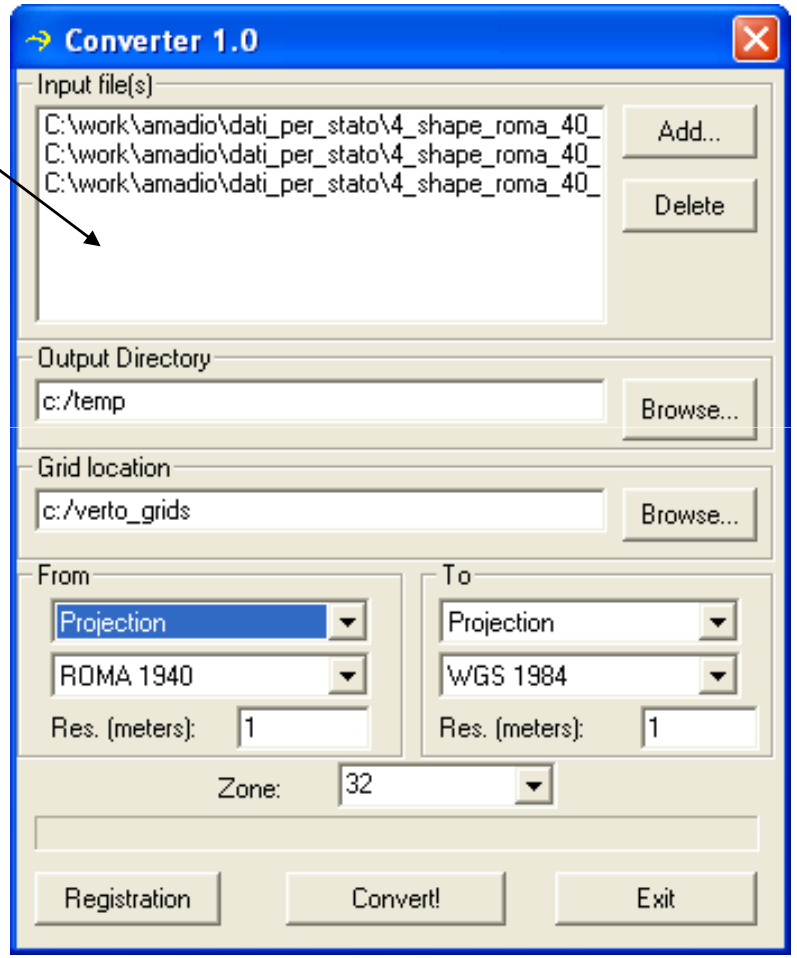
Registrazione del software

- Il software, per il momento, è distribuito gratuitamente, ma per il suo utilizzo è necessario eseguire una registrazione node-lock:
- Premere il pulsante “registration” : apparirà il dialogo di registrazione.
- Copiare il “Serial Identification” (con il copia-incolla di Windows) e spedire per posta elettronica tale codice ad uno degli insegnanti del corso.
- Si riceverà come risposta la “Registration Key”, che andrà copiata nella casella testo omonima.
- Infine premere il pulsante “register”.
- Se la registrazione è andata a buon fine, apparirà la scritta “registered” nel campo “This Product Is”.



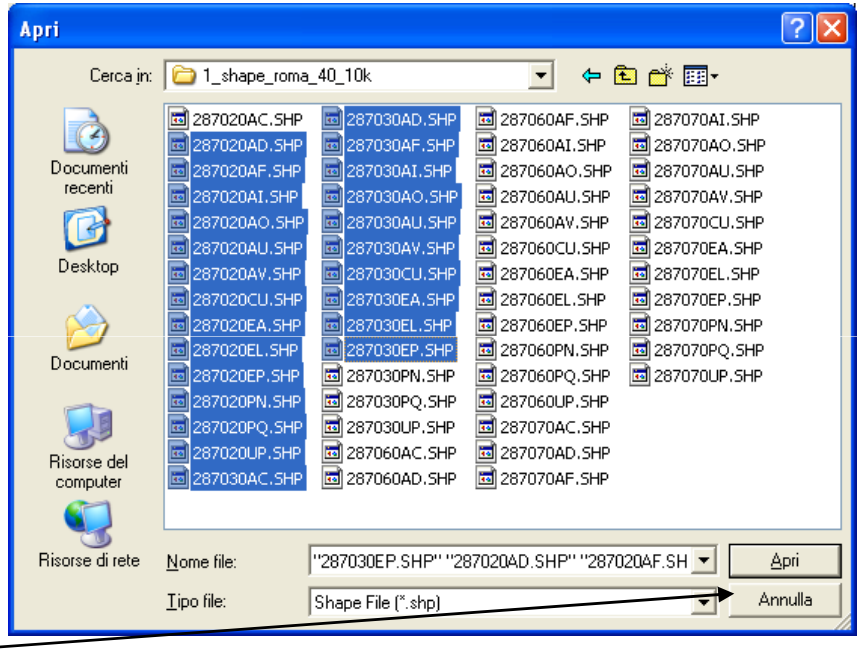
Selezione dei file da Convertire

- La casella “Input File(s)”, contiene la lista dei file da convertire.
- Premendo il pulsante “Add”, apparirà il dialogo di scelta dei file.



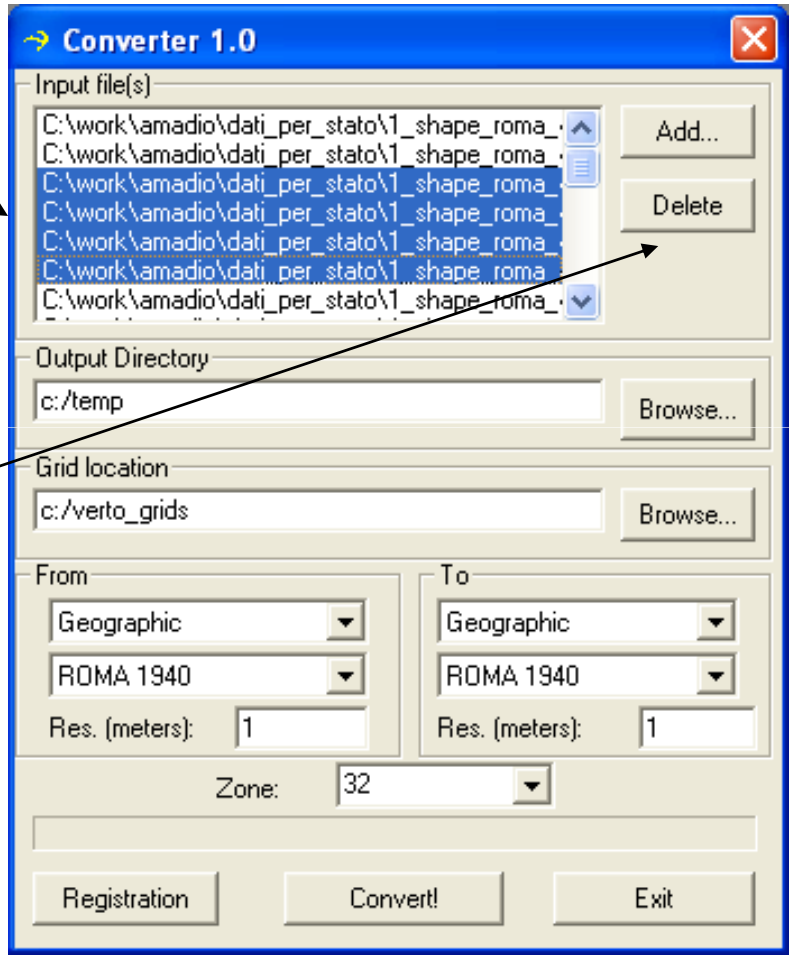
Aggiunta di file

- Ricordate che, utilizzando i pulsanti Ctrl o Shift, è possibile selezionare più di un file Shape alla volta.
- Una volta scelti i file da convertire, premere “Apri”.



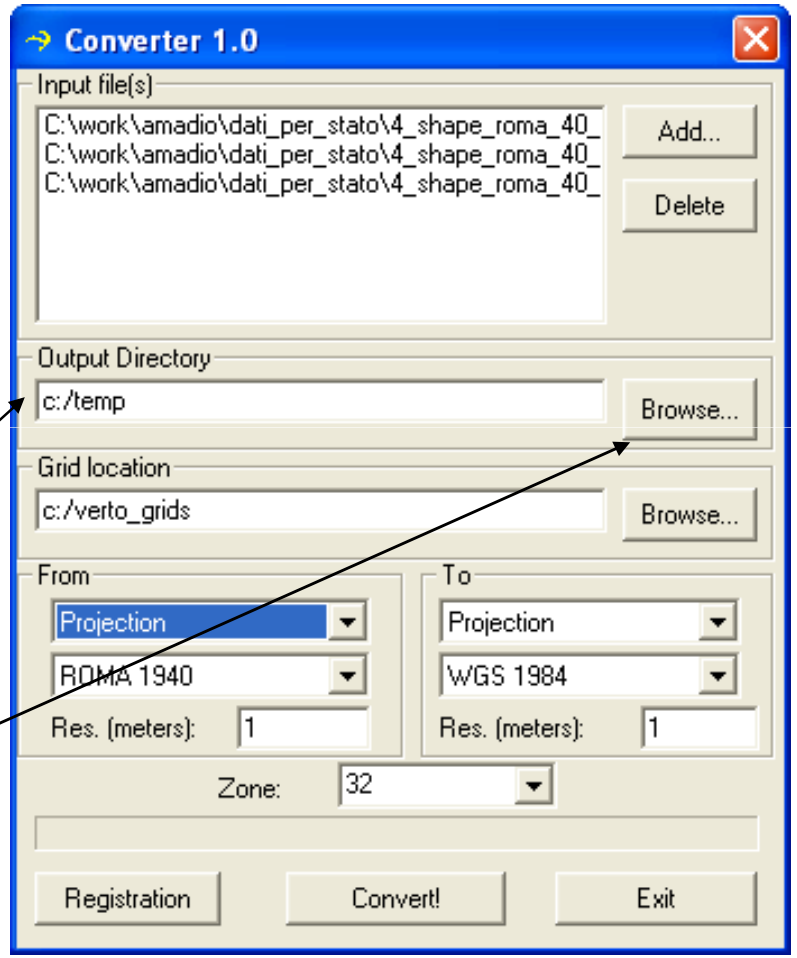
Cancellazione File dalla Lista

- Se si desidera eliminare alcuni file dalla lista degli Shape da convertire:
  - Selezionare uno o più' righe della lista
  - Premere il bottone delete.
- E' possibile inoltre utilizzare più volte il bottone "Add" per aggiungere file da cartelle diverse.



Selezione della cartella di uscita

- Il passo successivo è quello di selezionare la cartella di lavoro di uscita.
- I file convertiti avranno lo stesso nome dei file di partenza, ma saranno scritti nella carte di uscita “Output Directory” (dato che il nome del file Shape definisce il nome della feature cartografica, si è deciso di non modificarlo per semplificare la lavorazione).
- E’ possibile premere il bottone “browse” per scegliere comodamente la cartella.
- Tutti i file convertiti saranno scritti in questa cartella.

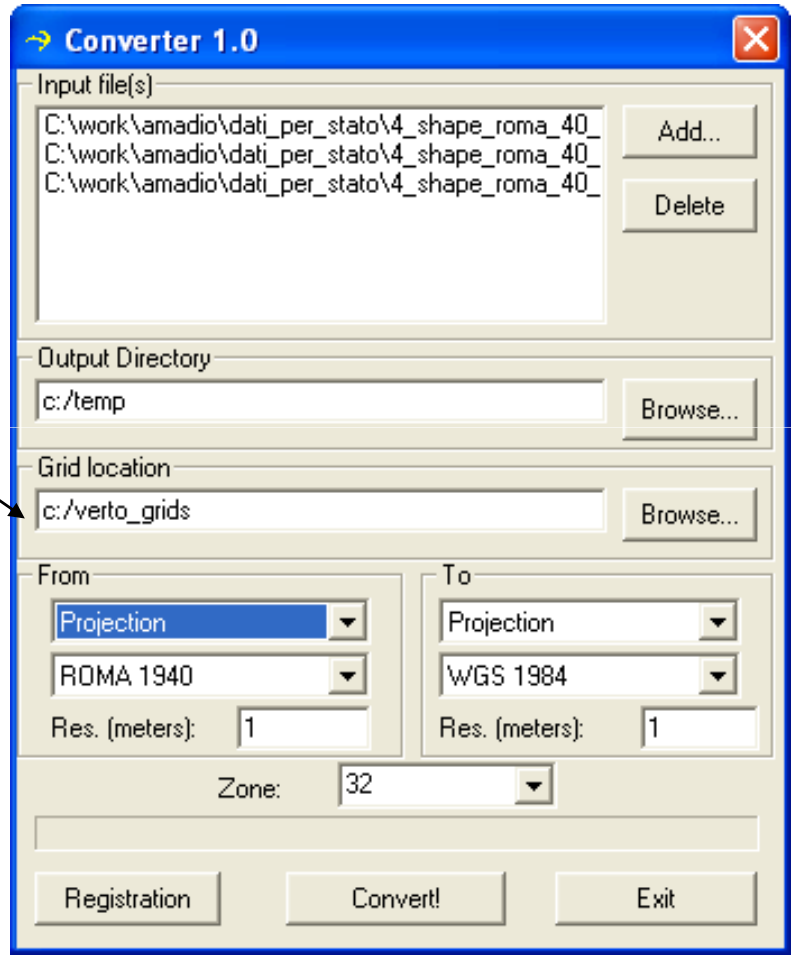


Nota: necessità dei Grigliati di Verto

- Il software “Converter” di per sé è inutilizzabile: necessità infatti dell’acquisto dei grigliati di conversione di Verto.
- I file dei grigliati sono in vendita presso IGM con taglio corrispondente ad un foglio 1:50000 oppure un intorno di area equivalente di un punto trigonometrico IGM95.
- Il software usa i parametri di correzione dei grigliati per applicare la corretta trasformazione.

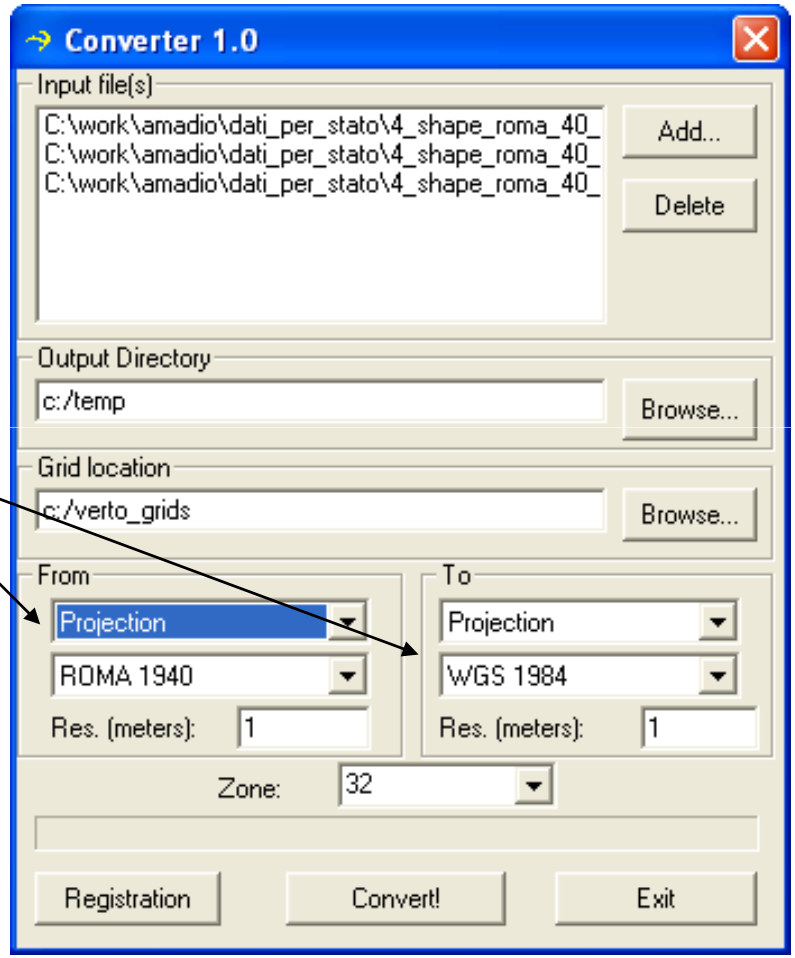
Selezione dei Grigliati

- Per poter utilizzare i grigliati di Verto della zona geografica interessata alla trasformazione, è necessario indicare la cartella che contiene i grigliati di Verto relativi (casella “Grid Location”).
- Sarà possibile convertire i soli punti geografici che cadono nella zona coperta dai grigliati.



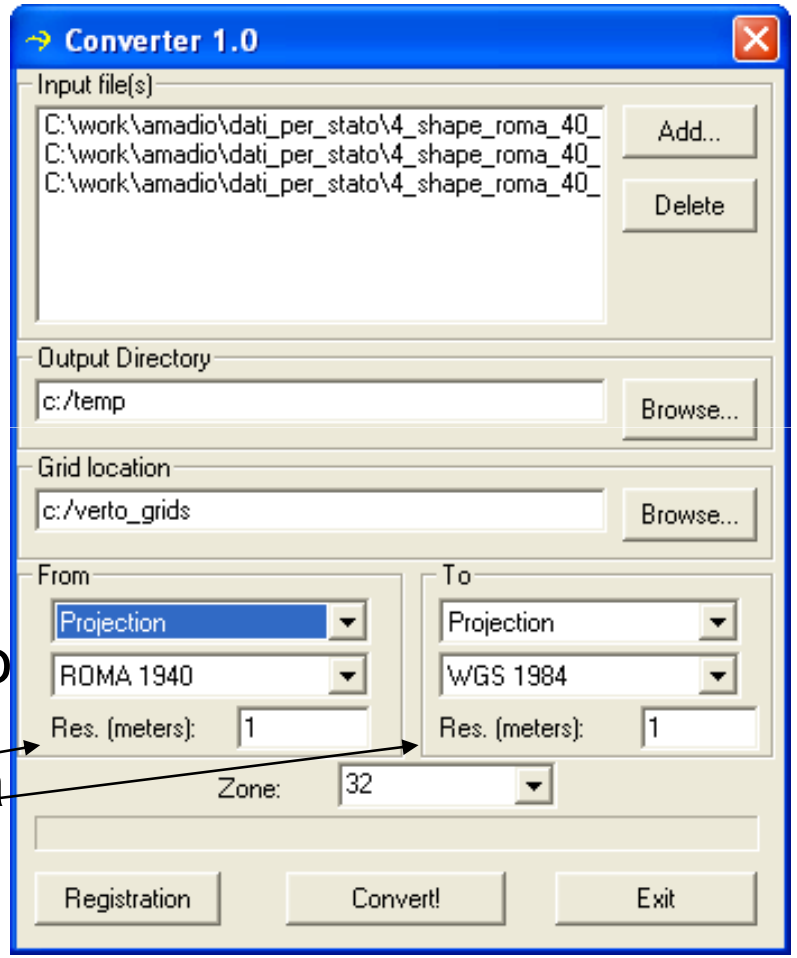
Selezione della Trasformazione

- Il software permette la conversione di dati in coordinate Geografiche o Piane (sia in ingresso che in uscita), nei sistemi Roma40, ED50, WGS84: questi sono infatti i sistemi principalmente usati in itali.
- Selezionare quindi, attraverso le tendine a scorrimento, il sistema di partenza “From” e il sistema di arrivo “To”.
- Le funzioni di conversione controllano gli intervalli di validità delle coordinate trasformate: per cui è possibile intercettare un errore di impostazione.
- Nel nostro caso “From” sarà “Projection” e “Roma 1940”, mentre “To” sarà sempre “Projection” ma “WGS84”.



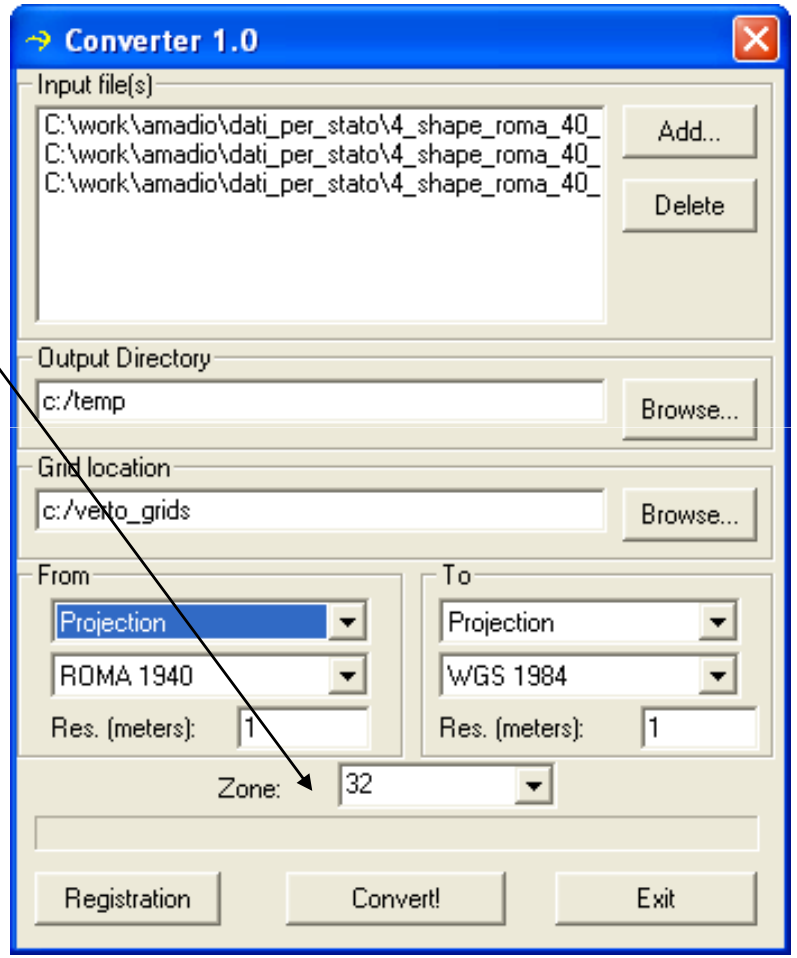
Selezione della risoluzione piana

- Nella stragrande maggioranza dei casi, i dati in proiezione sono in metri.
- In alcuni casi però si può entrare in possesso di dati in proiezione in altre unità di misura (es. le prime versioni del DB25 IGM sono in centimetri), es. in pollici.
- Nel caso di dati in proiezione (le coordinate geografiche sono sempre in gradi sessa decimali), è possibile definire la risoluzione in metri dei dati (es. 0.01 = un centimetro).



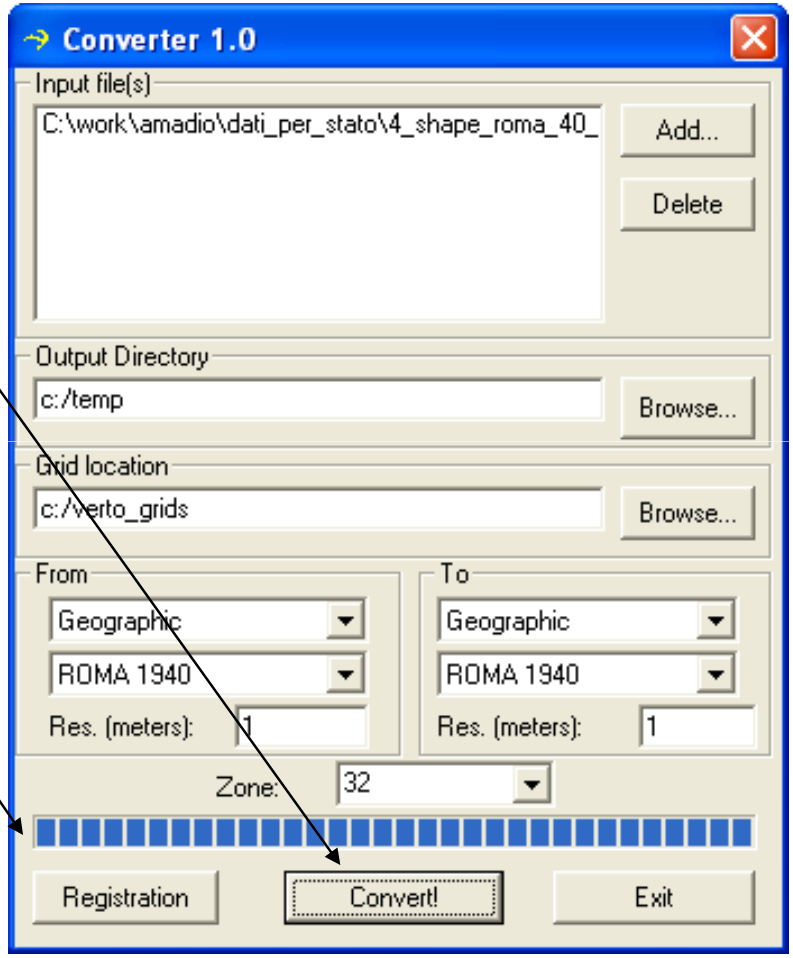
Selezione del fuso

- Infine è necessario selezionare il fuso (casella “Zone”).
- I fusi selezionabili sono il 32, il 33 e il 34.
- Sebbene in alcuni casi (ma non sempre), sia possibile determinare il fuso a partire dall’analisi dei dati e delle impostazioni, il software richiede sempre la selezione del fuso corretto, pena l’errata proiezione dei dati.
- Non è possibile convertire contemporaneamente dati su fusi diversi.



Eseguire la conversione

- Infine premere il bottone “Convert!” per eseguire la conversione.
- Quando la barra di progresso raggiunge la fine, la conversione è terminata: la cartella di output contiene il risultato della conversione.
- Nota che i file shx e dbf sono semplicemente la copia degli originali, l’unico file modificato è shp.

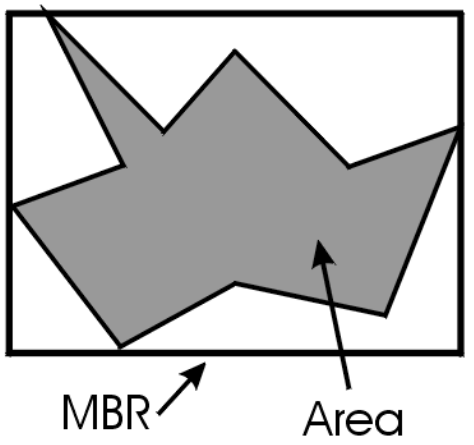


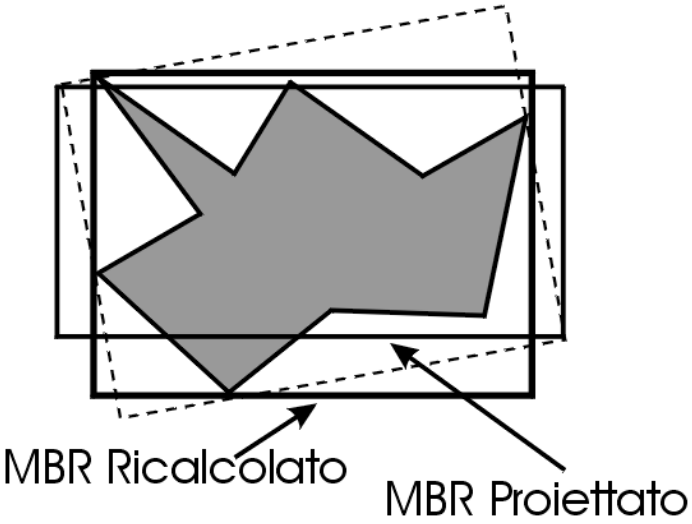
Nota di sviluppo

- Realizzare un software di questo tipo è piuttosto semplice. Basta avere:
  - Una libreria di lettura scrittura dei file shape.
  - Le specifiche del formato dei grigliati.
  - Le formule di proiezione UTM.
- Questa realizzazione è solo un demo. Una realizzazione migliore sarebbe quella di realizzare un ...

Note sulla conversione

- Lo strumento esegue semplicemente una conversione punto-punto, senza considerare le problematiche di ordine più complesso (es. coerenza topologica).
- L'unico accorgimento è ovviamente il ricalcolo degli mbr (minimum bounding rectangle), dato che in generale l'mbr di una proiezione non coincide con la proiezione dell'mbr.





Dettagli sul converter

Claudio Rocchini
Istituto Geografico Militare

Il cambio di ellissoide

- Generalmente, il cambio di sistema di riferimento da un ellissoide all'altro (es. ED50 – WGS84) è un'operazione molto semplice.
- Si tratta di specificare:
  - Le dimensioni dei due ellissoidi (es. asse principale e asse secondario)
  - I parametri di passaggio da un ellissoide all'altro (al massimo una roto-traslazione).
- I parametri sono unici per tutto il mondo.

Roma40

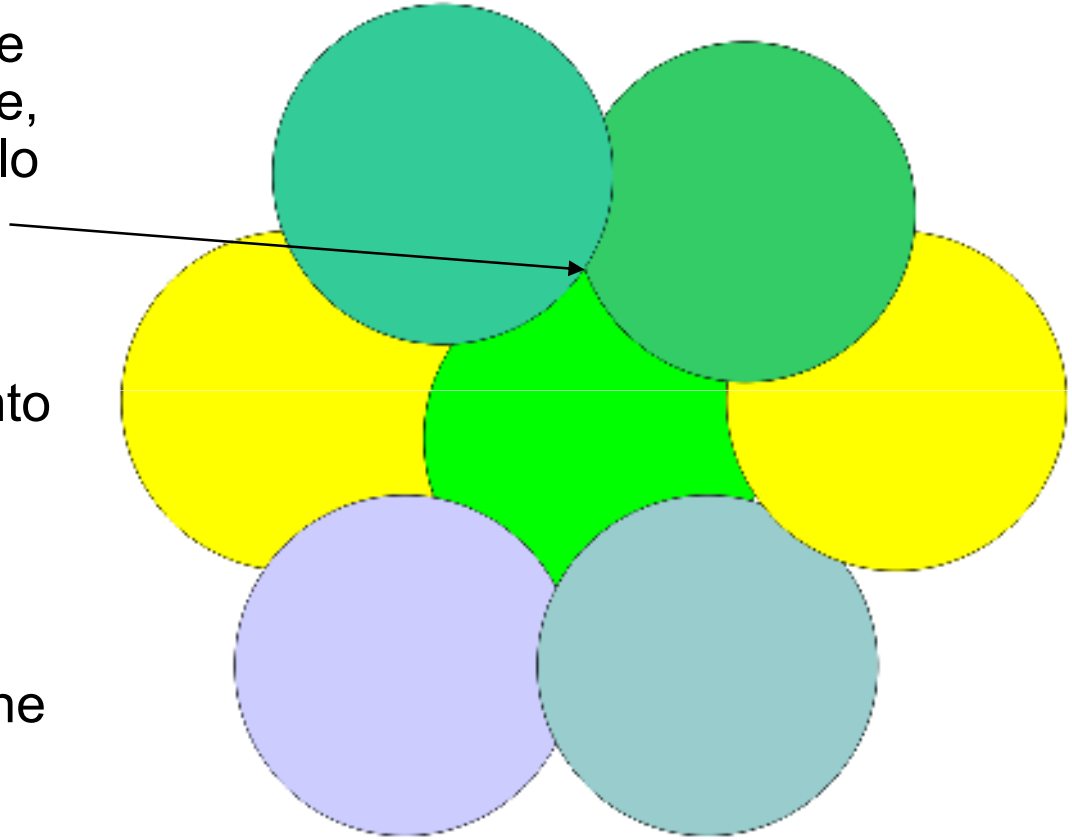
- Quando Roma40 fu costituito (con strumenti tradizionali), si commisero errori di grande portata.
- Gli errori si concentrarono soprattutto nella misura delle basi (distanze assolute di riferimento), es. quella di piombino.
- Questo ha fatto si che il sistema risultante non sia propriamente ellissoidico, ma una deformazione pseudo casuale all'interno del territorio.
- I parametri di trasformazione (che dovrebbe essere unico) variano al variare della posizione: con i software commerciali, che prevedono l'impostazione di parametri fissi, sono possibili solo trasformazioni locali.

Parametri IGM: prima versione

- In un primo momento IGM, ha calcolato i parametri di trasformazione per ogni punto trigonometrico noto.
- Questi parametri venivano venduti in associazione alle schede monografiche dei punti trigonometrici.
- Era possibile, tramite i parametri locali, effettuare trasformazioni locali alla zone interessata.

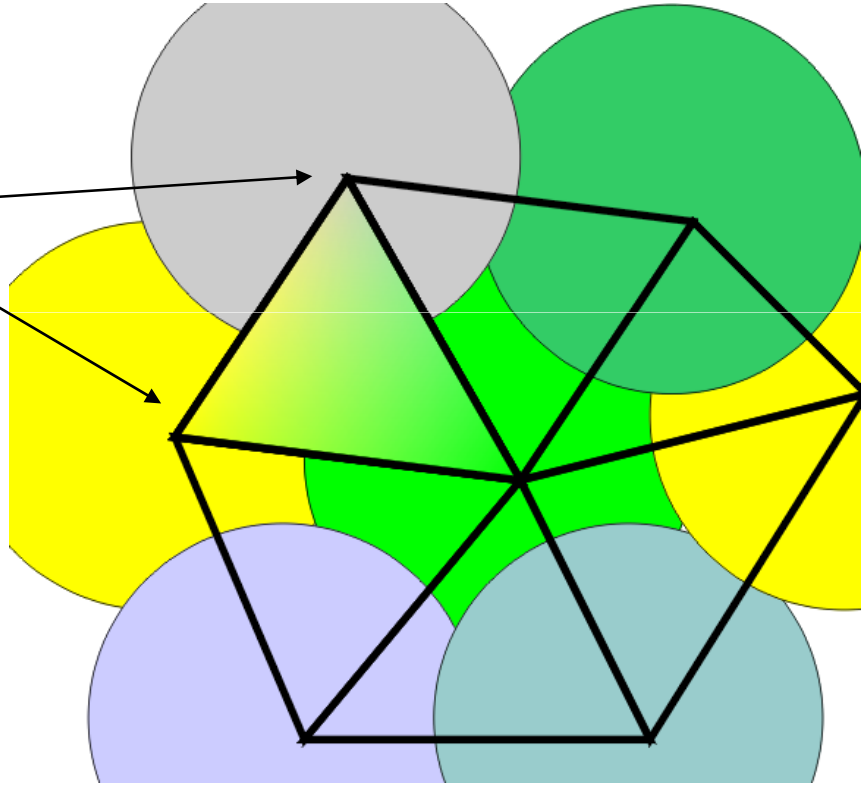
Prima versione: discontinuità

- La problematica principale di questo approccio, è che, dovendo lavorare a cavallo di due zone, la trasformazione risulta discontinua.
- Addirittura un singolo punto roma40 risulta avere due posizione in wgs84.
- Questa situazione crea ambiguità inaccettabili (pensate alla progettazione di una galleria…)



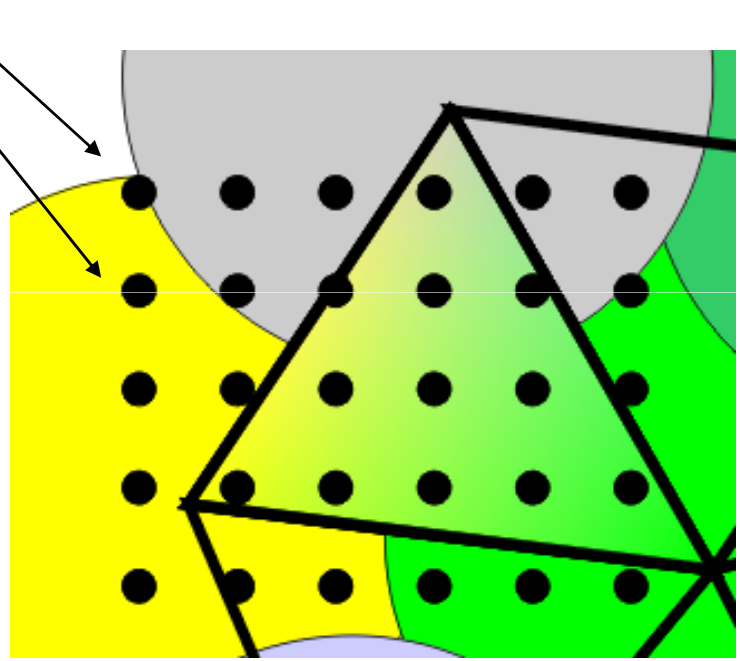
Soluzione: interpolazione

- Per rendere continua la trasformazione, si è deciso di coprire il territorio italiano con una triangolazione che collega i punti trigonometrici noti.
- All'interno di ogni triangolo la trasformazione è definita, in ogni punto, con l'interpolazione dei parametri di trasformazione.
- In questo modo i parametri sono continui (precisamente continui C0: continui con derivata discontinua, per avere continuità C1 bisognerebbe applicare una interpolazione quadratica).



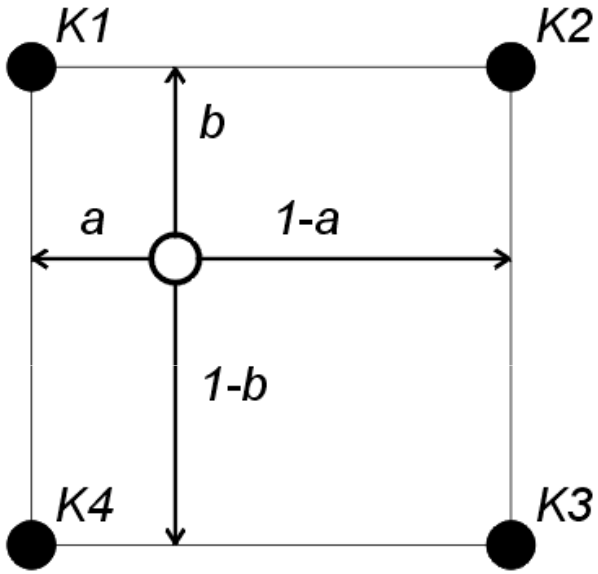
Rappresentazione: grigliati

- Per rappresentare in modo efficace la funzione di trasformazione, che varia con continuità da punto a punto, si è deciso di campionarla su di un grigliato geografico di 5’ per 7’ 30”.
- In questo modo è possibile rappresentare i parametri in un semplice formato tabellare.



Utilizzo dei grigliati

- Per l'utilizzo dei grigliati si procede nel seguente modo:
  - Si prende il punto da convertire e si ricava la cella del grigliato in cui cade.
  - Si calcola la distanza relativa in latitudine e longitudine dai bordi del grigliato.
  - Dati i 4 parametri di conversione K1,K2,K3,K4, si calcola per interpolazione lineare il parametro per il punto dato:
  - K = (K1*a+K2*(1-a))*b + (K4*a+K3*(1-a))*(1-b)



Il software Converter

- Il software “converter” (sviluppato in occasione di questo corso) non contiene i grigliati al suo interno: i grigliati devono essere acquistati presso IGM.
- Il software applica la trasformazione descritta in precedenza per le coordinate geografiche.
- Implementa il passaggio da piane a geografiche per la proiezione UTM (solo fusi 32,33,34, emisfero nord, sviluppo in serie polinomiale di Bonifacino).
- Permette il cambio di risoluzione piana (metri,centimetri, etc.)

Implementazioni: la filosofia della preistoria

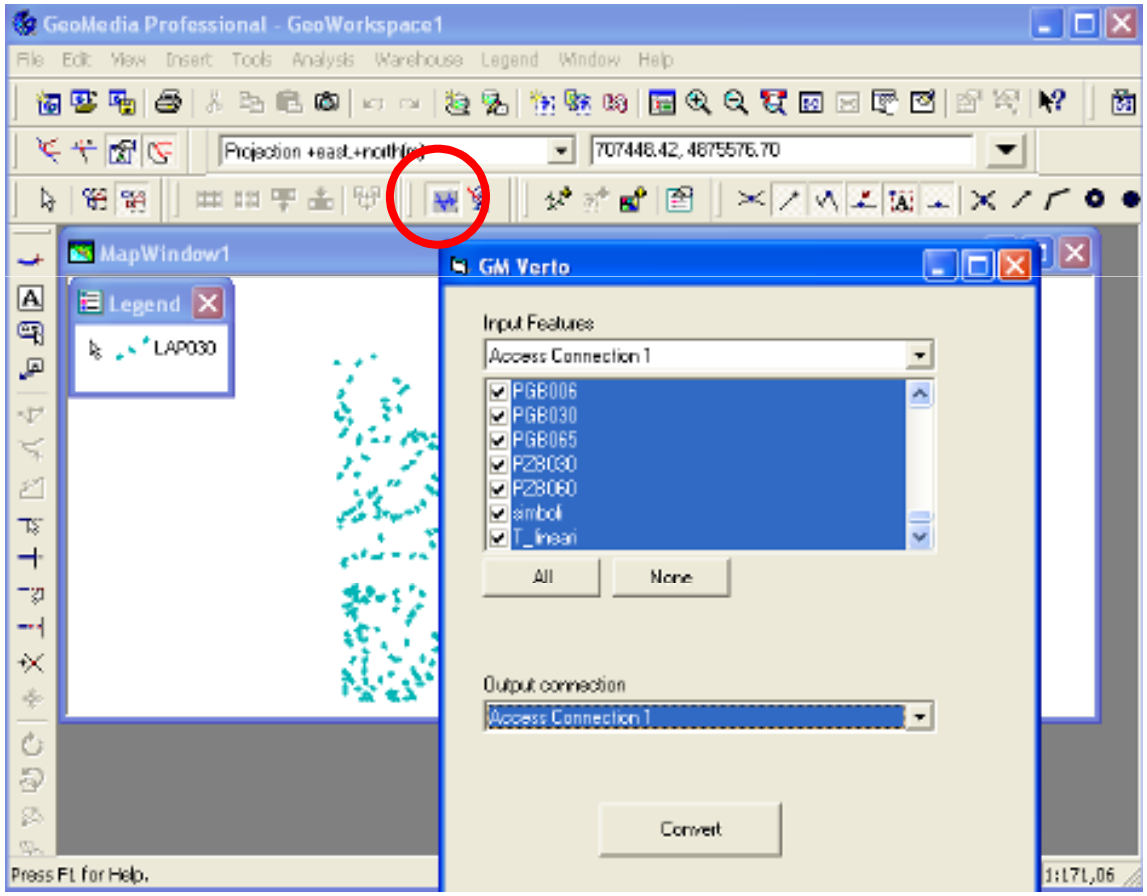
- Questo strumento è stato realizzato come un software Stand-Alone (isolato), come il Verto dell'IGM.
- Questa implementazione ha grosse limitazioni: ad esempio permette solo di convertire il formato shp.
- Può essere scomodo trattare altri tipi di formato o strutture dati (es. Oracle Spatial)

Implementazioni: la filosofia del passato prossimo

- Una soluzione sicuramente migliore sarebbe quella di implementare lo strumento di conversione come add-on dei GIS commerciali (ArcGIS, Geomedia).
- In questo modo la gestione del dato (formati, connessioni a db) è delegata al software commerciale, ad esempio tramite ArcGIS si potrebbero convertire tutte le sorgenti di dati disponibili dall' ArcCatalog.
- Questi software pubblicano una serie di oggetti pensati proprio a questo scopo.

Implementazioni: la filosofia del passato prossimo

- Prototipo del tool per Geomedia.



Implementazioni: la filosofia contemporanea

- Nuova strada: servizi remoti su rete
- Specifiche:
  - OGC (Open GIS Consortium)
  - INSPIRE (Infrastructure Spatial Info. Europe)
- Situazione: un gestore (es. IGM) fornisce il servizio di conversione di coodinate su web
- Gli utenti dei GIS utilizzano il servizio remoto per la conversione di coordinate (es. pagando un centesimo a punto).
- Vantaggi:
  - Conversione certificata
  - Nessuna installazione locale
  - Disponibilità immediata mondiale
  - Aggiornamento continuo dei parametri

Filosofia contemporanea: stato dell'arte

- INSPIRE: documenti draft
- OCG:
  - OpenGIS® Coordinate Transformation Service Implementation Specification 1.0
  - Web: http://www.opengeospatial.org/standards/ct
  - Si basa sullo scambio di dati XML (via richiete http GET e POST)

Brevissimi Cenni di Calcolo Numerico

Claudio Rocchini

Istituto Geografico Militare

Numero Finito di Cifre

Il computer opera sempre con un numero di cifre finito.

I numeri trascendenti o irrazionali hanno un numero infinito di cifre.

Radice di 2 = 1.41421356237309504880168872420 97… (continua)

PiGreco = 3.14159265358979323846264338327 95… (continua)

Anche semplici frazioni hanno un numero infinito di cifre:

1/3 = 0.33333333333333333… (continua)

Il computer rappresenta i numeri in base 2 (cifre: 0 e 1), in questa base

Anche numeri semplici come 1/5 hanno una rappresentazione infinita:

1/5 = 0.2 = (binario) 0.0011001100110011… (continua)

Calcolo Numerico

Mentre in matematica tutti sanno che:

(1/3) x 3 = 1

spesso utilizzando un calcolatore si ha che:

(1/3) x 3 = 0.9999999999999999

Quando si utilizza il calcolatore per effettuare calcoli numerici bisogna sempre rendersi conto della precisione che ci si può aspettare.

Insieme finito di Numeri

Dato che i numeri rappresentabili sono finiti, ci sono un minimo ed un massimo numero rappresentabili.

Si ha overflow (tracimazione) quando un'operazione produce un numero

troppo grande da rappresentare.

Si ha underflow quando il numero è troppo piccolo.

Inoltre anche se un numero è nell'intervallo di rappresentazione, spesso

viene approssimato da un altro numero (es. pi greco).

Operazioni di Macchina

Anche se i valori di partenza sono rappresentati esattamente dal calcolatore, può darsi che il risultato di una operazione aritmetica su tali valori non sia rappresentabile: l'operazione introduce un errore.

Di solito vale che B = (A+1)-1 = A, ma nel calcolatore si ha:

A = 1 => B = 1

A = 10E-6 => B = 0.9536743 E –6

A = 10E-7 => B = 0

Le operazioni aritmetiche possono creare, propagare o amplificare l'errore

di rappresentazione dei numeri del calcolatore.

Es: Valutazione di un Limite

Si supponga di voler valutare il limite della funzione:

F(x) = x (sqrt(x*x+1) – x), provando valori sempre più' grandi di x:

x	r1	r2	r3		
10000000	0.502914	0.500000	0.500000		r1 = A2*(RADQ(A2^2+1)-A2)
15000000	0.502914	0.500000	0.500000		r2 = A2*RADQ(A2^2+1)-A2^2
20000000	0.521541	0.500000	0.500000		r3 = A2/(RADQ(A2^2+1)+A2)
25000000	0.465661	0.000000	0.500000		
30000000	0.447035	0.000000	0.500000		
35000000	0.521541	0.000000	0.500000		
40000000	0.596046	0.000000	0.500000		
45000000	0.335276	0.000000	0.500000		
50000000	0.372529	0.000000	0.500000		

Es: Prodotto Scalare

Semplice somma di tre valori.

Dov'è il trucco?

(Notare l'ordine della somma)

s1:	10000000000000000	1	-10000000000000000		0	B2+C2+D2			
s2:	10000000000000000	1	-10000000000000000		1	B3+D3+C3			

Algoritmi stabili

Dall'esempio precedente abbiamo visto che ci sono vari modi di calcolare
una stessa espressione. Un metodo quindi può essere migliore di un altro.

Ad esempio la somma di molti valori di varie grandezze può introdurre grossi errori. Per limitare l'errore si può sommare i valori in ordine di grandezza del valore assoluto.

Vedremo in seguito che, invece, ci sono dei problemi intrinsecamente instabili (detti mal condizionati), per cui non esiste nessun metodo corretto
di calcolo.

Problemi Mal condizionati

Calcolo dell'intersezione di due rette:

(1+0.001)x+y=2

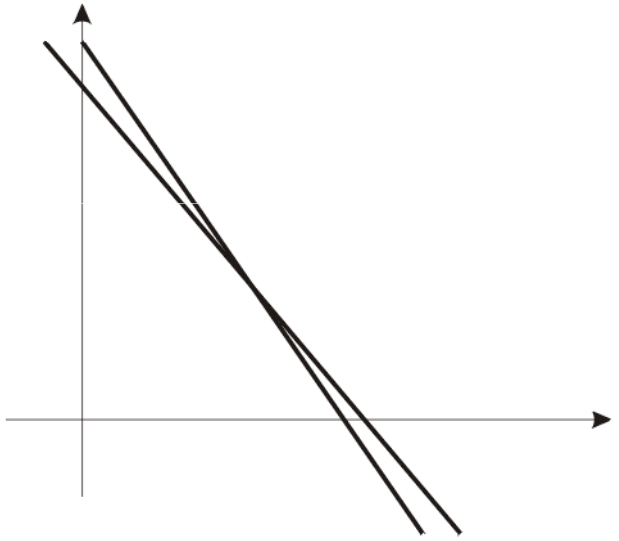
1001x+1000y = 2001

Se le rette sono quasi parallele il problema

e' mal condizionato: piccoli errori nei

dati generano grandi errori nel risultato.

Questo tipo di errore e' ineliminabile.



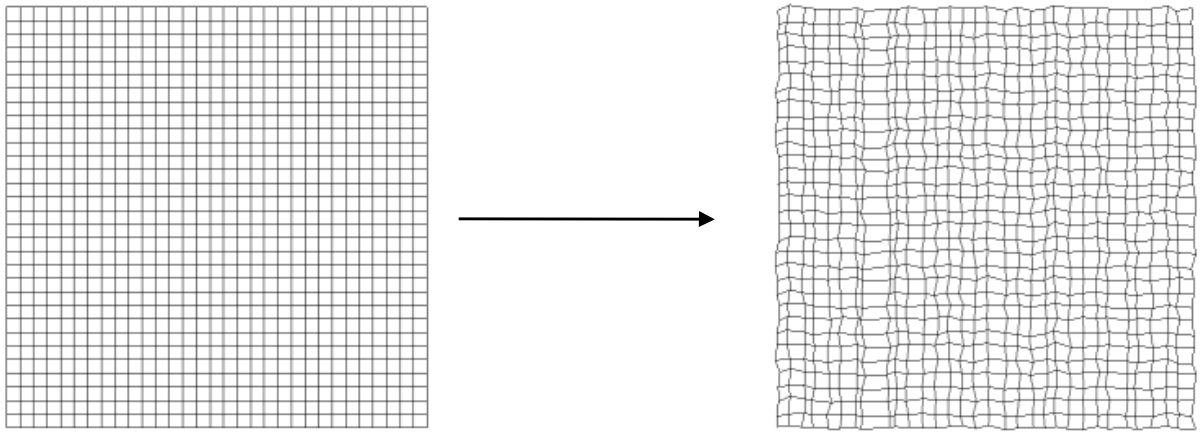
Esempio: Geografia

La formula di proiezione UTM e' molto complessa: addirittura non esiste

una formula precisa, si usa quindi una interpolazione (Bonifacio).

Il risultato della proiezione di un reticolo regolare risulta affetto da errori.

(L'errore e' stato amplificato)

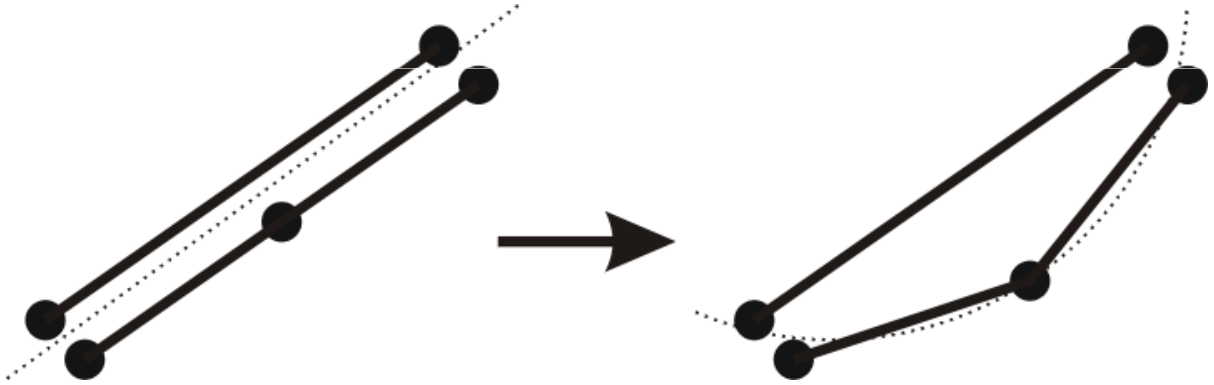


Parte del calcolo UTM

```
A1 = (1 /     2.0) * ENNE * Sin(FI_SA) *  Cos(FI_SA);
    B1 = (1 /    24.0) * ENNE * Sin(FI_SA) * (pow(Cos(FI_SA),3)) * ( 5 - pow(TI,2) + 9 * pow(ETA,2) + 4 * pow(ETA,4));
    C1 = (1 /   720.0) * ENNE * Sin(FI_SA) * (pow(Cos(FI_SA),5)) * (61 - 58 * pow(TI,2) + pow(TI,4) +
                    270    * pow(ETA,2) - 330 * pow(ETA,2) * pow(TI,2) + 445 * pow(ETA,4) - 680 * pow(ETA,4) * pow(TI,2)  +
                    324    * pow(ETA,6) - 600 * pow(ETA,6) * pow(TI,2) +  88 * pow(ETA,8) - 192 * pow(ETA,8) * pow(TI,2)) ;
    D1 = (1 / 40320.0) * ENNE * Sin(FI_SA) * (pow(Cos(FI_SA),7)) * (1385 - 3111 * pow(TI,2) + 543 * pow(TI,4) - pow(TI,6) + 10899 * pow(ETA,2) -
                    32802  * pow(ETA,2) * pow(TI,2) + 9219 * pow(ETA,2) * pow(TI,4) + 34419 * pow(ETA,4) - 129087 * pow(ETA,4) * pow(TI,2) +
                    49644  * pow(ETA,4) * pow(TI,4) + 56385 * pow(ETA,6) - 252084 * pow(ETA,6) * pow(TI,2) + 121800 * pow(ETA,6) * pow(TI,4) + 53740 * pow(ETA,8) -
                    310408 * pow(ETA,8) * pow(TI,2) - 200256 * pow(ETA,8) * pow(TI,4));
    E1 = (1 / 3628800.0) * ENNE * Sin(FI_SA) * (pow(Cos(FI_SA),9)) * (50521 - 206276 * pow(TI,2) + 101166 * pow(TI,4) -
                    4916 * pow(TI,6) + pow(TI,8) + 612540 * pow(ETA,2) - 3277980 * pow(ETA,2) * pow(TI,2) + 2402100 * pow(ETA,2) * pow(TI,4) -
                    239220 * pow(ETA,2) * pow(TI,6) + 3043190 * pow(ETA,4) - 19954380 * pow(ETA,4) * pow(TI,2) + 19210830 * pow(ETA,4) * pow(TI,4) - 2879440 * pow(ETA,4) *
       pow(TI,6));
    F1 = (1 / 479001600.0) * ENNE * Sin(FI_SA) * (pow(Cos(FI_SA),11)) * (2702765 - 17460701 * pow(TI,2) + 16535834 * pow(TI,4) - 2996242 * pow(TI,6) +
                    221257 * pow(TI,8) - pow(TI,10));
                    //SVILUPPI BONIFACINO A2,B2,C2,D2,E2,F2'
    A2 = ENNE * Cos(FI_SA);
    B2 = (1 /   6.0) * ENNE * (pow(Cos(FI_SA),3)) * (1 - pow(TI,2) + pow(ETA,2));
    C2 = (1 / 120.0) * ENNE * (pow(Cos(FI_SA),5)) * (5 + 14 * pow(ETA,2) - 18 * pow(TI,2) -
                    58 * pow(ETA,2) * pow(TI,2) + pow(TI,4) + 13 * pow(ETA,4) - 64 * pow(ETA,4) * pow(TI,2) +
                    4 * pow(ETA,6) - 24 * pow(ETA,6) * pow(TI,2));
    D2 = (1 / 5040.0) * ENNE * (pow(Cos(FI_SA),7)) * (61 - 479 * pow(TI,2) + 179 * pow(TI,4) - pow(TI,6) + 331 * pow(ETA,2) -
                    3298 * pow(ETA,2) * pow(TI,2) + 1771 * pow(ETA,2) * pow(TI,4) + 715 * pow(ETA,4) - 8655 * pow(ETA,4) * pow(TI,2) +
                    6080 * pow(ETA,4) * pow(TI,4) + 769 * pow(ETA,6) - 10964 * pow(ETA,6) * pow(TI,2) + 9480 * pow(ETA,6) * pow(TI,4) + 412 * pow(ETA,8) -
                    6760 * pow(ETA,8) * pow(TI,2) + 6912 * pow(ETA,8) * pow(TI,4) + 88 * pow(ETA,10) - 1632 * pow(ETA,10) * pow(TI,2) +
                    1920 * pow(ETA,10) * pow(TI,4));
    E2 = (1 / 362880.0) * ENNE * (pow(Cos(FI_SA),9)) * (1385 - 19028 * pow(TI,2) + 18270 * pow(TI,4) -
                    1636 * pow(TI,6) + pow(TI,8) + 12284 * pow(ETA,2) - 214140 * pow(ETA,2) * pow(TI,2) + 290868 * pow(ETA,2) * pow(TI,4) -
                    47188 * pow(ETA,2) * pow(TI,6) + 45318 * pow(ETA,4) - 951468 * pow(ETA,4) * pow(TI,2) + 1652910 * pow(ETA,4) * pow(TI,4) - 384384 * pow(ETA,4) * pow(TI,6)
       +
                    90804 * pow(ETA,6) - 2220708 * pow(ETA,6) * pow(TI,2) + 4662840 * pow(ETA,6) * pow(TI,4) - 1394064 * pow(ETA,6) * pow(TI,6));
    F2 = (1 / 39916800.0) * ENNE * (pow(Cos(FI_SA),11)) * (50521 - 1073517 * pow(TI,2) + 1949762 * pow(TI,4) - 481250 * pow(TI,6) +
                    73749 * pow(TI,8) - pow(TI,10) + 663061 * pow(ETA,2) - 17594876 * pow(ETA,2) * pow(TI,2) + 43255806 * pow(ETA,2) * pow(TI,4) -
                    23673524 * pow(ETA,2) * pow(TI,6) + 1264933 * pow(ETA,2) * pow(TI,8));
                    //CALCOLO DI BI DI FI_SA'
```

Un inciso: Geografiche Piane

Proiettando le coordinate geografiche in coordinate piane, non e' detto che tre punti allineati rimangano tali. Questo può provocare degli errori topologici.



Una delle due linee sovrapposte (es. due confini comunali) ha un vertice in più. Proiettando i vertici in un altro sistema il vertice centrale si allontana dall'altro bordo: i confini non sono più coincidenti.

Riferimenti

Posta:

ad2prod@geomil.esercito.difesa.it

Letture consigliate per il Calcolo Numerico:

R. Bevilaqua, D. Bini, M. Capovani, O. Menchi, *Introduzione alla Matematica Computazionale*, Zanichelli Editore.